**Классификация задач**.

 Олимпиадные задачи классифицируются следующим образом (данная классификация является неполной):

**1. Первый тип задач Логические**

 Логические задачи стоят несколько особняком среди математических задач: в них, как правило, отсутствуют вычисления. При решении таких задач необходимо воспитать культуру мышления Очень важно, не путать причину со следствием, тщательно проводить перебор вариантов, правильно строить цепочку рассуждений. Как правило, у логической задачи имеется единственный ответ.

К логическим задачам модно отнести задачи , которые решаются принципом Дирихле

«Принцип Дирихле». Данный принцип был сформулирован в 1834 году. Проще всего принцип выражается в такой шуточной форме: «Если в n клетках больше чем n+1 зайцев, то хотя бы в одной клетке сидят не меньше двух зайцев». Заметим, что в роли зайцев могут выступать различные предметы и математические объекты – числа, отрезки, места в таблице и т.д. несмотря на совершенную очевидность этого принципа, его применение является весьма эффективным методом решения задач, дающим во многих случаях наиболее простое и изящное решение.

Задачи.

1. В школе 400 учеников. Докажите, хотя бы двое из них родились в один день года.

Решение: всего в году 366 дней. Пусть дни будут «клетками», а ученики – «кроликами». Тогда в некоторой «клетке» сидят не меньше «кроликов», т.е. больше одного, отсюда следует, что не меньше двух.

2. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6&#215;6 из чисел +1,-1,0 так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Помогите Буратино.

Решение: Допустим, что квадрат составлен, тогда суммы чисел могут меняться в пределах от -6 до +6. Всего 13 значений. Строк в квадрате 6, столбцов 6, диагоналей 2. Получаем 14 различных сумм. Противоречие, значит составить такой квадрат невозможно.

3. На собеседовании пришли 65 школьников. Им предложили 3 контрольные работы. За каждую контрольную ставилась одна из оценок: 2,3,4 или 5. Верно ли, что найдутся два школьника, получившие одинаковые оценки на всех контрольных?

Решение: рассмотрим множество наборов из трех оценок за соответствующие контрольные. Количество таких наборов равно 43 или 64 (4 возможности за каждую из трех контрольных). Поскольку число учащихся больше 64, по принципу Дирихле каким-то двум учащимся соответствует один набор оценок.

**2. второй тип задач Инвариант**, то есть неизменный. Инвариантом называется величина или свойство, не изменяющееся при этом преобразовании. Главная трудность при решении задач на инварианты состоит в его поиске. В качестве инварианта чаще всего рассматриваются следующие способы решения олимпиадных задач:

• раскраска

• игры

«Вспомогательная раскраска»

Говорят, что фигура покрашена в несколько цветов, если каждой точке фигуры приписан определённый цвет. Бывают задачи, где раскраска уже дана, например, для шахматной доски, бывают задачи, где раскраску с данными свойствами нужно придумать, и бывают задачи, где раскраска используется как идея решения.

Суть данного метода состоит в следующем. Раскрасив некоторые ключевые элементы, которые фигурируют в задаче в несколько цветов, исследовать, что будет происходить, если выполнять условия задачи. Цвет позволяет значительно упростить понимание процесса, фигурируемого в условии, и зачастую приводит к решению. Этот метод позволяет эффективно решать ряд задач, в частности, игровые и шахматные задачи.

Задачи

1. Из шахматной доски вырезали две противоположные угловые клетки. Докажите, что оставшуюся фигуру нельзя разрезать на «домино» из двух клеток

Решение. Каждая фигура «домино» содержит одну белую и одну чёрную клетку. Но в нашей фигуре 32 чёрных и 30 белых клеток (или наоборот).

2. Можно ли все клетки доски обойти конем по одному разу и вернуться в исходную клетку?

Решение. Каждым ходом конь меняет цвет клетки, поэтому, если существует обход, то число чёрных клеток равно числу белых, что неверно.

3. Дан куб. Найдите максимально возможное число параллелепипедов(со сторонами параллельными сторонам куба), которые можно поместить в этот куб без пересечений.

Идея решения. Легко поместить 52 параллелепипеда внутрь куба. Докажем, что нельзя больше. Разобьем куб на 27 кубиков. Раскрасим их в шахматном порядке. При этом образуется 104 клетки одного цвета (белого) и 112 другого (чёрного). Осталось заметить, что каждый параллелепипед содержит две чёрных и две белых клетки. Ответ: 52.

 4. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 1.

Решение. Рассмотрим равносторонний треугольник со стороной 1. По принципу Дирихле по крайней мере две из его трёх вершин должны быть покрашены в один цвет.

**3. Третий тип задач «Математические игры»**

Задачи-игры очень полезны для развития разговорной математической культуры и четкого понимания того, что означает «решить задачу». Под понятием игры мы понимаем игру двух соперников, обладающих следующим свойством. В каждый момент игры состояние характеризуется позицией, которая может изменяться только в зависимости от ходов игроков. Для каждого из игроков некоторые позиции объявляются выигрышными. Добиться выигрышной для себя позиции и есть цель каждого. Иногда игры допускают ничью.

Например, шахматы, шашки, крестики-нолики являются математическими играми. В математических играх существуют понятия выигрышной стратегии, т.е. набора правил следуя которым, один из игроков обязательно выиграет, и ничейной стратегии, следуя которой один из игроков обязательно добьется либо выигрыша, либо ничьей. Например, крестики-нолики являются ничейной игрой.

Задачи

1.Двое кладут по очереди пятаки на круглый стол. Проигрывает тот, кто не сможет положить очередной пятак. Кто выигрывает?

Решение. Выигрывает первый. Он кладёт пятак в центр стола, после чего на любой ход второго у первого всегда есть симметричный ответ.

2. В куче 25 камней. Игроки берут по очереди 2, 4 и 7 камней. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто победит?

Идея решения. Случаи 0 и 1 камня проигрышны для начинающего. Поэтому случаи 2, 3, 4, 5, 7, 8 камней для начинающего выигрышны: своим ходом он переводит игру в позицию, проигрышную для противника. Аналогично, 6 и 9 камней проигрышны для начинающего, поскольку из них можно перейти только в позицию, выигрышную для противника. Рассуждая аналогично, легко установить периодичность выигрышных и проигрышных позиций и получить ответ.